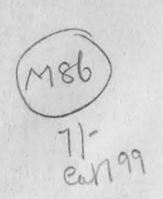


Herrn G.H.-R. Dedekind in vorzüglicher Hochachtung und mit besten Dank überreicht vom Verfasser.

Leonhard Euler.

Vortrag, gehalten am 8. März 1907 in der Naturforschenden Gesellschaft zu Görlitz

von

Dr. Wilhelm Lorey.

Oberlehrer am Gymnasium in Görlitz.

(Sonderabdruck aus den Abhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Görlitz, Bd. 25, Heft 2, 1907.)

Leipzig und **Berlin**

In Kommission bei B. G. TEUBNER

1907.

Leonhard Euler.

Vortrag

gehalten am 8. März 1907 in der Naturforschenden Gesellschaft

zu Görlitz

Von **Dr. Wilhelm Lorey.**

Meine Damen und Herren!

Schon oft ist von dieser Stelle aus in unserer Naturforschenden Gesellschaft das Gedächtnis eines grossen Forschers gefeiert worden. Otto von Guericke, Justus von Liebig, Emmanuel Kant gaben in den letzten Jahren willkommenen Anlass, im grossen Kreise ihrer vor Damen und Herren zu gedenken, weil ein oder mehrere Jahrhunderte verflossen waren seit dem Tage, an dem sie der Welt geschenkt oder ihr entrissen wurden. Und dieser Anlass liegt auch heute vor. In wenigen Wochen, am 15. April, sind 200 Jahre verflossen, seit in einem Pfarrhause zu Basel Leonhard Euler geboren wurde, der zu den führenden Geistern des 18. Jahrhunderts zählen sollte. Die Wissenschaft freilich, der Euler mit solchem Erfolge ergeben war, ist nicht so populär, dass man es wagen könnte, von vornherein allgemeines und tiefer gehendes Interesse für einen Vertreter dieser Wissenschaft voraus zu setzen. Aber trotzdem oder gerade deswegen will ich es versuchen, heute am Schluss unserer Freitagsvorträge, die uns über die verschiedensten Gebiete geführt haben, des grossen Mathematikers Leonhard Euler zu gedenken, indem ich bemüht bin, Ihnen sein Leben und seine kulturelle Bedeutung klar zu machen. Um seine Leistungen aber einigermassen zu verstehen, müssen wir uns zunächst darüber verständigen, was eigentlich Mathematik ist. Ich will hier mich nicht in lange Definition einlassen, sondern nur versuchen an zwei Stützen dieser Wissenschaft die Grundfragen der Mathematik klar zu legen.

Mathematik ist eine Teufelskunst, heisst es in einem Schülerliede, und das ist die Überzeugung der Eltern der verhältnismässig wenigen Primaner unserer Gymnasien, die der Mathematik ablehnend gegenüberstehen. Das Märchen, dass für Mathematik eine ganz besondere Begabung nötig sei, ist immer mehr im Schwinden; freilich für besondere Leistungen ist auch hier eine ganz besondere Begabung notwendig, ebenso wie auf anderen Gebieten. Aber selbst, wer den mathematischen Wissenschaften ziemlich fremd und ablehnend gegenübersteht, der wird doch einsehen, wie unser Kulturleben auf mathematischer Grundlage beruht.

Denken Sie nur, meine Damen und Herren, an das Einmaleins! So kindlich einfach es erscheint, so sehr müssen wir doch bedenken, dass in dem Einmaleins eine Hauptgrundlage unserer Mathematik beruht, und zwar eine Grundlage, die schon recht fest ist. Wer das Einmaleins kennt, hat damit die ganzen Zahlen und kann damit arbeiten, und schon dem Kinde kommt der Gedanke, dass diese Zahlenreihe kein Ende hat. Der Unendlichkeitsbegriff, so wichtig für unsere Mathematik, tritt also hier schon entgegen. Aber weiter bieten uns diese Zahlen eigentümliche Fragen: Sie sehen z. B. beim Zerlegen, dass $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ist. Wir kommen zu Zahlen, die nicht weiter zerlegbar sind, den Primzahlen, und diese Primzahlen bieten ungeheuer viel des Rätselhaften, Rätsel, die heut noch nicht gelöst sind, und deren Lösung auch noch sehr entfernt zu sein scheint. Das ist die grosse Frage nach dem Gesetze, nach dem die Primzahlen fortschreiten. Die Beschäftigung mit den Zahlen hat auf die Menschen von jeher einen ausserordentlichen Reiz ausgeübt, und von den Indern angefangen, haben sich bedeutende Köpfe mit dieser Königin der Wissenschaft beschäftigt, mit der Zahlenlehre, und Euler hat ganz wesentlich mit dazu beigetragen, dass im abgelaufenen Jahrhundert die Lehre von den Zahlen sich zu einer wunderbaren Höhe der Abstraktion erheben konnte, in das Reich der Ideale. Für den Mathematiker, meine Damen und Herren, ist das Ideal ein ganz bestimmter und wichtiger Begriff.

Aber ebenso wichtig wie diese rein theoretischen Untersuchungen sind die andern, die uns lehren, mit den gegebenen Zahlen etwas anzufangen; dass man etwas Unbekanntes, seien es z. B. nur die Zinsen eines Kapitals, ein x zu bestimmen weiss, und diese Be-

stimmung eben des x ist eine Aufgabe, die in immer komplizierterem Maasse an den Mathematiker herantritt durch die Probleme, die das Leben und die Natur liefert.

Und damit kommen wir zu einer zweiten Grundlage der Mathematik. Denken Sie an die bekannte Figur des Pythagoreischen Lehrsatzes, das Dreieck mit den Maasszahlen 3, 4, 5! An diesen Zahlen hat man wohl zuerst die Eigenschaft erkannt, die durch den Pythagoreischen Lehrsatz wiedergegeben wird. Ein grosser Fortschritt aber war es, als man diese Zahlen-Eigenschaften auch allgemein auf Figuren übertrug. Damit war die Möglichkeit gegeben, praktische Aufgaben zu lösen und Flächen zu berechnen. Um diese aber auszuführen, musste man die Figuren studieren, unwesentliche Eigenschaften trennen von den wesentlichen: man musste Geometrie treiben. Dass darin die Alten schon recht weit gekommen sind, ist Ihnen bekannt. Aber wenn wir ein Buch der Alten aufschlagen, so mutet es uns mitunter doch fremdartig an. Gewiss, es ist alles wunderbar klar und logisch, aber das ganze Gebäude ist starr. Erst die Renaissance hat auch hier Leben gebracht. Galilei studierte die Bewegung der Körper. Er führt die Begriffe Geschwindigkeit, Kraft, Beschleunigung ein. Aber um diese neuen Auffassungen mathematisch zu beherrschen, musste ein neues Hilfsmittel erdacht werden. Die Mathematik der Alten war nur imstande, das Gleichgewicht zu beschreiben. Da erfindet Cartesius in genialer Weise den Gedanken, die Abhängigkeit der Grössen in der Weise graphisch darzustellen, die Sie alle kennen, wenn Sie Temperaturkurven beobachten. Der Engländer Newton und der Deutsche Leibniz studieren die Abhängigkeit der Grössen von einander; sie erfinden eine Rechnung, durch die man die Änderung im Kleinen rechnerisch feststellen kann, die Differentialrechnung, und die umgekehrte, wo die Schwingungen oder Veränderungen bekannt sind, die Funktion selbst zu bestimmen, die Integralrechnung. Zahlreiche Probleme erscheinen jetzt, die mit der neuen Methode lösbar werden, und begabte Mathematiker versuchen sich an ihrer Lösung. In England Taylor, in Holland Huygens, in der Schweiz das Brüderpaar Bernoulli. Auch unsern Görlitzer Mathematiker Tschirnhausen darf ich hier nennen, dessen Name in der heutigen Mathematik durch die Tschirnhausen-Transformation fortlebt. Aber trotz aller Arbeiten dieser Männer liegt die neue Rechnungsmethode in den Kinderschuhen. Euler war der Mann,

der, fussend auf diesen Vorarbeiten, in genialer Weise die Methoden zusammenfasst, vereinfacht, ausdehnt und immer höhere Probleme zur Lösung führt.[1])

Sein Vater selber war mathematisch interessiert und hatte bei dem alten Bernoulli Mathematikstudien getrieben. Seinen Sohn Leonhard unterrichtete er in den ersten Jahren selbst in seinem einsamen Pfarrhause zu Riehen, wohin er ein Jahr nach Eulers Geburt übergesiedelt war. Leonhard war ursprünglich zur Theologie bestimmt, und als Theologe wurde er auf der Universität Basel immatrikuliert. Es trat aber doch sehr bald, namentlich im Verkehr mit den jüngeren Bernoullis, die Neigung zur Mathematik in ihm so stark hervor, dass er von seinem Vater die Erlaubnis erbat, Mathematik zu studieren, was der verständige Vater zum Glück gewährte. Der junge Studiosus erregte bald die Aufmerksamkeit der wissenschaftlichen Kreise Basels, und als die jüngeren Bernoullis nach Petersburg berufen wurden, sind sie von Anfang an bemüht, ihren 20jährigen jüngeren Freund ebenfalls dorthin zu ziehen. Euler promovierte zunächst in Basel mit einer Arbeit über den Schall, trieb anatomische und physiologische Studien und reiste im Jahre 1727 nach Petersburg. Zuvor hatte er noch einen Preis von der Pariser Akademie bekommen für eine Arbeit über die beste Bemastung der Schiffe; er hatte vordem noch nie ein Schiff gesehen. Seine Reise führte ihn über Marburg, und hier traf der 20jährige junge Mathematiker mit dem Philosophen Wolf zusammen, der, wie bekannt, von Friedrich Wilhelm I. aus Halle seinerzeit vertrieben worden war. Über die Gründe dieser Vertreibung finden wir eine interessante Bemerkung in einem Eulerschen Werke, von dem nachher noch die Rede sein wird:[2])

> „Als zur Zeit des Höchstseligen Königs Herr Wolf in Halle das System der vorherbestimmten Harmonie vortrug, erkundigte sich der König nach dieser Lehre, die

[1]) Ausser der unten wiederholt angeführten Schrift von Fuss hat der Verfasser für das allgemein biographische die drei Vorträge von Fr. Burckhardt, H. Kinkelin und E. Hagenbach-Bischoff benutzt aus der Schrift: Die Baseler Mathematiker Daniel Bernoulli und Leonhard Euler. Hundert Jahre nach ihrem Tode gefeiert von der Naturforschenden Gesellschaft, Basel 1884. Für den Hinweis auf diese Schrift ist der Verfasser dem Bibliothekar der Naturforsch. Gesellschaft in Görlitz, Herrn Dr. v. Rabenau zu Dank verpflichtet.

[2]) Briefe an eine deutsche Prinzessin. 84. Brief, 13. Dez. 1760.

damals vieles Aufsehen machte, und einer von den Hofleuten antwortete Sr. Majestät, dass nach dieser Lehre alle Soldaten nichts als blosse Maschinen wären. Wenn einige davon desertierten, so wäre dieses, nach Wolfens Gedanken, eine notwendige Folge ihrer mechanischen Einrichtung; und man täte eben so Unrecht, sie zu bestrafen, als wenn man eine Maschine strafen wollte, weil sie diese oder jene Bewegung hervorgebracht hätte. Der König erzürnte sich über diesen Bericht so sehr, dass er Befehl gab, Wolfen aus Halle zu jagen und ihn mit dem Strange bedrohte, wenn er sich dort nach 24 Stunden noch würde finden lassen. Dieser Philosoph flüchtete damals nach Marburg, wo ich ihn kurz nachher gesprochen habe.“

In Petersburg wird Euler mit der grössten Freundlichkeit empfangen. Er findet zwar zunächst noch nicht in der Akademie Anstellung, sondern wird vielmehr als kaiserlicher Leutnant beschäftigt, was ihn aber nicht hindert, eine ausgedehnte mathematische Tätigkeit zu entwickeln. Die Abhandlungen der Petersburger Akademie bringen jährlich Arbeiten von ihm. Im regen Briefwechsel bleibt er mit seinem Lehrer Bernoulli, und dieser Briefwechsel[1]) zeigt in steigendem Masse, mit welcher Bewunderung der Lehrer auf seinen Schüler blickt; weiter aber auch, wie Euler mit seinen neuen mathematischen Ideen Jahre lang ringt. Über mancherlei Punkte können sie lange nicht ins klare kommen, insbesondere nenne ich hier die Logarithmen negativer Zahlen. Endlich kommt Euler aus all den Wirrnissen zu der berühmten Gleichung: $e^{i\pi} = -1$, der Gleichung, die das Einfallstor für die Entwickelung der Mathematik des 19. Jahrhunders bildete. Die hier auftretende Zahl π ist die bekannte Zahl, die das Verhältnis des Kreisumfanges zum Durchmesser angibt, das Verhältnis, das man schon zweitausend Jahre v. Chr. zu bestimmen versucht hat, das wir bei den Ägyptern angenähert finden, und das sogar schon in der Bibel[2]) vorkommt. Eulers Verdienst liegt vor allen Dingen

[1]) Veröffentlicht von Eneström (Stockholm) in der bibliotheca mathematica. Die genannte Gleichung erscheint (allerdings noch unsicher) zum ersten Male in der Form $\pi = \frac{1(-1)}{\sqrt{-1}}$ in einem Briefe vom 10. Dez. 1728. Bibl. math. 3. Folge B. 4 S. 353. Diesen Hinweis verdanke ich Herrn Eneström. Vergl. auch dessen Notiz Bibliotheca math. 1899, S. 46.

[2]) 1. Buch der Könige 7, 23 und 2. Buch der Chronika 4, 2.

auch darin, dass er für dieses Verhältnis eine ganz bestimmte Bezeichnung, eben π, eingeführt hat, das seit jener Zeit sich überall eingebürgert hat. Es ist nicht die Bedeutung zu unterschätzen, die die mathematischen Zeichen haben. Gerade Euler ist hier bahnbrechend gewesen, dass er fast überall für klare systematische Bezeichnung eingetreten ist. Freilich muss man diese Eulersche Sprache der Mathematik erst kennen lernen, und das scheint mitunter abzuschrecken. So erklärt sich auch der Goethesche Ausspruch: „Die Mathematiker sind eine besondere Art Leute, redet man mit ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es gleich etwas anderes."

Wir dürfen allerdings nicht verkennen, dass zu Goethes Zeit die deutsche Mathematik sehr niedrig stand, dass in Deutschland gegen Ende des 18. Jahrhunderts die Mathematik in einen Formalismus ausartete. Auch die neuere Mathematik ist mitunter von diesen Vorwürfen nicht freizusprechen, den Kur Lasswitz in der im vorigen Jahr bei dem Vortrage über Naturwissenschaft und Dichtung von mir erwähnten Mimik in die Worte kleidet: „Denn eben wo die Resultate fehlen, stellt ein Symbol zur rechten Zeit sich ein." Aber all diese Nachteile verschwinden gegenüber den Vorteilen einer einfachen systematischen Bezeichnung, und hier hat Euler ein Verdienst, das für die Mathematik von der grössten Bedeutung ist. Euler bezeichnet systematisch die Winkel des Dreiecks mit grossen deutschen Buchstaben A B C, oder den entsprechenden kleinen griechischen, die gegenüberliegenden Seiten mit kleinen a b c. Den Nutzen dieser Bezeichnung ersieht man sofort, wenn man einen beliebigen Satz in der von Euler herrührenden Form betrachtet z. B.:

$$a = b \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Für Sie meine Damen ist diese Form gewiss nicht verständlich, weil sie die schöne Sprache zur Zeit noch nicht lernen, aber so viel werden Sie doch einsehen, dass diese Fassung klarer sein muss, als die schwerfällige Form desselben Satzes, wie sie ein Jahrhundert früher sich findet mit vielen Worten:

Ut se habet sinus anguli lateri dato oppositi, ad latus datum: ita etiam reliquorum angulorum sinus, ad latera

opposita. (Adriani Metii Arithmeticae libri duo et Geometriae libri VI, Lugd. Batav. 1626, pag. 103)[1])

Da ich das Dreieck hier erwähnt hatte, so möchte ich auf einen Satz Eulers hinweisen, der an sich heute elementar erscheint, der aber nicht so allgemein bekannt ist. Ich meine den Satz, dass in jedem Dreieck der Höhenschnittpunkt, der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden und der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf einer Geraden liegen, der Eulerschen Geraden.[2]) Das Besondere ist eben hier, dass drei Punkte in einer Geraden liegen. Das tiefere Interesse dieses Satzes liegt darin, dass bei Euler auch in den rein geometrischen Fragen eine Loslösung von den Fesseln des Euklid zu bemerken ist und darin eine moderne Auffassung geometrischer Beziehungen durchschimmert, nämlich die perspektifische. Auf die vorhin genannte Formel werde ich mir gestatten, noch einmal zurück zu kehren, und Sie werden es, meine Damen, verzeihen, wenn Sie hören, dass diese Zauberzeichen auf ein Gebiet hinüberführen, das Ihnen zum grossen Teil willkommen ist, auf die Musik. Euler liebte, wie viele Mathematiker, die Musik, und er hat auch theoretisch sich viel damit beschäftigt und in seiner Petersburger Zeit ein musiktheoretisches Werk verfasst, das ihm, wie ich von sachverständiger Seite höre, in den Kreisen der Musikgelehrten einen bekannten Namen gegeben hat. Ich kenne das Werk nicht selbst, immerhin aber kann man ganz gut seine musik-

---

[1]) Vergl. Rudio, Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre, vier Abhandlungen über die Kreismessung. Leipzig, Teubner 1892, S. 49. Vergl. auch das Nachwort E. Hammers zu seiner Ausgabe der zwei Eulerschen Abhandlungen über sphärische Trigonometrie. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 73, 1896, S. 58. In diesen Arbeiten sind die Winkel mit grossen Buchstaben bezeichnet; griechische Buchstaben finden sich z. B. in der Arbeit Eulers „Proprietates triangulorum etc. Novi Comment. Petrop. XI S. 68, 1765."

[2]) Novi commentarii Petrop. 11. 1765, p. 114. (gedruckt 1767) — vergl. Simon, Entwicklung der Elementargeometrie im XIX. Jahrhundert. Leipzig, Teubner, 1906, S. 124 (der Titel der Petersburger Abhandlungen ist von S. nicht ganz richtig angegeben). In dieser Eulerschen Arbeit „Solutio facilis problematum quorundam geometricorum difficillimorum" ist der Satz nicht sehr hervorgehoben. Ganz ausdrücklich tritt er in einem Auszug aus dieser Arbeit hervor auf S. 13 desselben Bandes, wo es heisst:

> Inprimis vero notatu dignum est, tria horum punktorum E (Höhenschnittpunkt) F (Schwerpunkt) H (Mittelpunkt des Umkreises) semper in eadem linea recta fore sita atque adeo punktum F ita fore intra E et H constitutum, ut intervallum EF duplo sit maius intervallo FH.

theoretische Ansicht aus einem hoch interessanten Briefe kennen lernen, den er am 6. Mai 1760 an eine deutsche Prinzessin geschrieben hat. In dem Briefe spricht er sich über die Gründe aus, „warum eine schöne Musik in uns die Empfindung von Vergnügen erregt," und findet diese Gründe in der Harmonie und im Takte, aber, und das ist seine neue Ansicht, es muss zum Auffassen der Harmonieverhältnisse eine gewisse Anstrengung gefordert sein, das heisst, eine Melodie, die nur durch Oktaven geht, ist sehr einfach und macht kein Vergnügen. Nun ist eine Dissonanz viel schwerer einzusehen, das heisst, das Schwingungsverhältnis ist viel verwickelter als bei Consonanzen. Man muss, so sagt Euler, auch einen gewissen Plan merken, nach dem der Komponist gearbeitet hat. „Das sind meiner Meinung nach die wahren Gründe, wonach unser Urteil über die Schönheit musikalischer Stücke beruht, aber das ist blos das Urteil eines Menschen, der nicht das geringste von der Sache versteht, und sich also schämen muss, E. H. von dieser Materie zu unterhalten". Wir sehen also hier eine gewisse Skepsis gegenüber seiner eigenen Theorie, die wohl durch Einspruch von anderer Seite gekommen ist. Bis zu Eulers Tod müssen doch schon erhebliche Bedenken gegen seine Theorie laut geworden sein. In dem schönen Nachruf seines Schülers Fuss heisst es von dieser Theorie:

> Il seroit semblable à un édifice parfait dans toutes ses parties, mais bâti sur un terrein mouvant: en admirant l'habilité de l'arctictete on le plaindroit de n'avoir pu le construire sur an fond plus solide.[1])

Die Musikfrage gehört in das Gebiet der Lehre vom Schall, mit dem sich Euler viel beschäftigt hat. Wir haben gehört, dass seine erste Arbeit darüber handelt, aber auch in einem Brief an die Prinzessin hören wir von akustischen Untersuchungen. Ich kann mir nicht versagen, auf eine interessante Stelle hinzuweisen aus dem Brief vom 16. Juni 1761:

> Ohne Zweifel wäre das eine von den wichtigsten Entdeckungen, wenn man eine Maschine erfünde, die alle Töne unsrer Wörter mit allen ihren Artikulationen aussprechen könnte. Wenn man jemals mit einer solchen Maschine zu

[1]) Fuss, Eloge de Mons. L. Euler. St. Petersburg 1783, S. 17.

stande käme, und sie durch gewisse Orgel- oder Klaviertasten alle Wörter könnte aussprechen lassen, so würde alle Welt mit Recht erstaunt sein, eine Maschine ganze Reden hersagen zu hören, die man mit der grössten Anmut würde vergesellschaften können. Die Prediger und Redner, deren Stimme nicht stark oder nicht angenehm genug wäre, könnten alsdann ihre Predigten und Reden auf einer solchen Maschine spielen, so wie jetzt die Organisten musikalische Stücke spielen. Die Sache scheint mir nicht unmöglich zu sein.

Was haben nun aber diese musikalischen akustischen Beobachtungen mit mathematischen Zeichen zu tun? Ich kann hier nicht im Rahmen des Vortrages mich in lange akustische Untersuchungen einlassen. Ich will versuchen, so kurz wie möglich den Zusammenhang klar zu legen. Denken Sie an die Violinsaite! Wenn sie gestrichen wird, so fängt sie an zu schwingen, aber diese Schwingungen sind klein und so schwach, dass Sie sie mit blossem Auge nicht wahrnehmen können, so wenig, wie Sie diese Stimmgabel schwingen sehen, die ich hier anschlage. Durch eine Schreibfeder aber machen wir diese Schwingungen sichtbar und erkennen ganz eigentümliche Zickzackkurven, die Abbilder des Tones. Jedenfalls ersetzen sie für den Mathematiker den Ton, sofern er nur als Mathematiker an die Sache herantritt. Zur gründlichen Erforschung fragt sich der Mathematiker, wie sich diese Kurven messen lassen, ihr Gesetz beschreiben lässt. Der Augenschein zeigt, dass die Höhe des Wellenberges nach einer bestimmten Zeit immer wiederkehrt, die Kurve ist periodisch, und die Aufgabe ist, diese periodische Abhängigkeit rechnerisch zu beschreiben, dass man von jedem Ton die Höhe wie die Tiefe genau berechnen kann, mit anderen Worten: es ist Aufgabe, die Höhe des Wellenberges als Funktion der Zeit darzustellen.

Diese Aufgabe lösen jene sonderbaren Zeichen, die ich vorhin angeschrieben habe, Sinus genannt: sie haben als charakteristische Eigenschaften die der Periodizität und gewinnen dadurch über die Feldmessung hinaus eine weitere Bedeutung für die gesamte Naturwissenschaft. Überall da, wo periodische Vorgänge sich abspielen, beim Luftdruck, bei Ebbe und Flut, bei den Wechselstrommaschinen, überall handelt es sich um Vorgänge ganz ähnlich

wie beim Schall. Sie wissen, die Töne, die musikalisch brauchbar, sind nicht einfach; sie sind zusammengesetzt, und haben dadurch ihre Klangfarbe, und die Aufgabe ist es, diese zusammengesetzten Töne zu studieren, die Schwingungen in ihre Bestandteile zu zerlegen, eine Aufgabe, die der Mathematiker heute nach englischem Sprachgebrauch harmonische Analyse nennt. Und diese hat Euler durch seine Arbeiten ganz wesentlich vorbereitet. Aber auch die Schwingungen einer Violinsaite hat Euler in einer Arbeit behandelt und ist dadurch in einen wissenschaftlichen hoch interessanten Streit mit d'Alembert gekommen.[1]) Sie sehen, dass es auch in der klaren Mathematik Differenzpunkte gibt, dass wissenschaftliche Gegensätze auftreten, die meistens auf logische Unklarheiten beruhen, die erst eine spätere Zeit aufdeckt. In solchen wissenschaftlichen Gegensätzen liegt ein bedeutendes Moment des Fortschrittes, sofern die Gegensätze nicht in das persönliche ausarten, und die einander ebenbürtigen Gegner sich auch wirklich die Mühe nehmen, die Ansicht des andern zu verstehen. Euler ist in der Beziehung ein Muster gewesen, namentlich den Engländern gegenüber. Ehe wir davon hören, wollen wir kurz seinen Lebensweg weiter verfolgen.

Die Theorie der Musik ist 1739 erschienen und bildet damit einen Lebensabschnitt für Euler. 1740 kam in Preussen Friedrich der Grosse zur Regierung. Er berief Wolf gleich wieder zurück nach Halle. Wichtiger aber ist die Tatsache, dass er eifrig bemüht war, die unter seinem Vater ganz herunter gekommene Akademie wieder zur Blüte zu bringen, und dazu verhalf ihm Euler, der 1741 den lockenden Bedingungen folgte und nach Berlin übersiedelte. Überaus liebenswürdig wurde er dort aufgenommen. Der König richtet aus dem Kriegslager auch ein eigenhändiges Schreiben an Euler; doch dieser scheint zunächst recht zugeknöpft gewesen zu sein; er wird der Königin-Mutter vorgestellt, und diese fragte ihn, erstaunt über seine Einsilbigkeit schliesslich, warum er nicht reden wolle. „Ich komme, sagt er, aus einem Lande, in dem man gehängt wird, wenn man spricht.“ Allmählich aber kam Euler doch in nähere Beziehung zum Königshause, Friedrich der Grosse hat mehrmals seinen Rat eingeholt. Es sind 57 Briefe des Königs

[1]) Näheres über diesen Streit bringt B. Riemann in seiner Habilitationsarbeit: Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe. Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften, B. 13. Riemanns mathematische Werke. 2. Aufl. Leipzig, Teubner 1892. S. 227 ff.

vorhanden, zum Teil eigenhändig geschrieben; da handelt es sich um den Finowkanal, die Wasserkünste in Sanssoussi, Lotterieberechnungen und ähnliche derartige Fragen, aber auch um Personalien, so z. B. als Wolf in Halle gestorben war, um dessen Nachfolger. Euler wollte damals den jungen Bernoulli hin haben, was sich leider zerschlug. Ein ander Mal verlangte Friedrich der Grosse Auskunft über ein artilleristisches Werk, das in England von Robins herausgegeben war, der Euler überall heftig angegriffen hatte wegen seiner Mechanik, eines der ersten grossen Eulerschen Werke. Trotzdem empfiehlt Euler dem König das englische Werk; er erbietet sich, es zu übersetzen und mit Anmerkungen zu versehen, und diese Anmerkungen geben nach den Urteilen von Fuss eine solche Vollständigkeit der Theorie, so dass kein anderes Werk bis zum Tode Eulers diesem gleich kommt. Kaum war dieses Werk erschienen, so trat er schon mit neuen Publikationen hervor. Die Veröffentlichungen der Berliner Akademie enthalten jedes Jahr eine Reihe Eulerscher Abhandlungen. Neben diesen Publikationen erscheinen aber auch noch selbständige Werke. Euler schuf damit die erste Blütezeit der Berliner Mathematik, deren sich gern besonders die Vertreter der Astronomie erinnern.[1]) So sehr nämlich Euler auch mathematisch tätig war mit dem Ausbau der Integralrechnung, der Flächentheorie, der Differentialgleichungen, so beschäftigte er sich fortgesetzt mit der angewandten Mathematik. Er bringt Abhandlungen über das Licht, die Farben, die Kometen, das Nordlicht, dann kommen astronomische Arbeiten, Untersuchungen auch über die Bewegung eines Kreisels. Dieses Kinderspielzeug bietet der mathematischen Behandlung grosse Schwierigkeiten, die bis auf die heutige Zeit gehen, und immer kommt man bei den modernen Untersuchungen auf Euler zurück. Die Wichtigkeit des Kreisels liegt darin, dass diese kreisende Bewegung auch im Grossen in der Natur vorkommt, in der Bewegung der Weltachse, und wenn man diese im Grossen verstehen will, muss man sie im Kleinen studieren.

War Euler so für die Theorie tätig, so denkt er aber auch an die Beobachtungen, nicht, dass er selbst beobachtet hätte, das lag ihm offenbar nicht; aber er hat sich eingehend mit dem wichtigsten

---

[1]) Vergl. Auwers, Berl. Sitzungsberichte 1893, pag. 631, angeführt nach dem mathematischen Büchmann: Ahrens, Scherz und Ernst in der Mathematik. S. 193. Leipzig, Teubner, 1904.

astronomischen Apparat beschäftigt, mit der Linse. Einen grossen Nachteil hatte damals noch die Linse: sie gab eine Farbenzerstreuung, und man behauptete, dass es unmöglich sei, diesen Fehler zu beheben. Namentlich wurde diese Ansicht ganz energisch von einem englischen Optiker Dollond verfochten, der sich auf Newton stützte. Nun hatte Euler behauptet, dass es möglich sei, eine solche Linse ohne Farbenzerstreuung herzustellen. Der Engländer hatte ihm heftig widersprochen. Da trat ein schwedischer Mathematiker für Euler ein, das gab wieder Dollond Veranlassung, seine Ansicht noch einmal zu prüfen, und das Resultat war, dass er das, was er für unmöglich gehalten, nun selbst erfand. Dollond erfand und baute die achromatische Linse.

Euler hat seine Rechnungen auf alle möglichen optischen Instrumente ausgedehnt, auf Fernrohre, Mikroskope und Laterna magica. In drei Quartbänden hat er seine Untersuchungen niedergelegt und in 40 zum Teil sehr umfangreichen Abhandlungen.

Nun erschien auch im Jahre 1748 ein mathematisches Lehrbuch „Introductio in analysin infinitorum", die Einleitung in die Analysis des Unendlichen, ein Werk, dem so viele Mathematiker ihre erste Einführung in die höhere Mathematik verdanken, das auf jeden jüngeren Leser begeisternd einwirkt, und wer es mathematisch gereift wieder vornimmt, der durchlebt noch einmal die Jahre der ersten mathematischen Begeisterung. Es ist so frisch, so klar, so hinreissend geschrieben. Euler steht, wie später einmal ein Mathematiker gesagt hat, mit den Problemen auf Du und Du,[1]) und dieses Gefühl der Sicherheit bekommt auch der Leser, so ganz anders, als wenn er den vornehmen Gauss aufschlägt. Gauss hat die Brücken hinter sich abgebrochen. Euler lässt in seine geistige Werkstatt hinein sehen, er lässt alles natürlich entstehen, und darin liegt meines Erachtens der bleibende Wert der Analysis. Gewiss von unserm modernen kritischen Standpunkt ist manches an dem Werk auszusetzen, der Übergang vom Endlichen zum Unendlichen, das charakteristische der modernen Mathematik, ist nicht immer streng. Dafür kommt der junge Leser sehr schnell auf manchmal recht kühnen waghalsigen Wegen doch bald zur Höhe, von der er einen herrlichen Ausblick auf die Täler unter sich hat, und wenn er dann rückwärts schaut, dann fühlt er wohl selbst, es wäre wohl

---

1) H. Hankel, vergl. Ahrens, Scherz und Ernst in der Mathematik, S. 159.

vorsichtiger gewesen, Steigeisen und Kletterseile anzulegen und langsam einen sicheren Weg zu gehen, und er wird es dann verstehen, wenn er von verbotenen Wegen hört und von besonderen Bedingungen und Einschränkungen.

Meine Damen und Herren! Wer von dieser gewaltigen Zahl der Publikationen, die sich Schlag auf Schlag folgen, hört, wer das Verzeichnis der Eulerschen Schriften, das im Jahre seines Todes Fuss heraus gegeben hat und das 50 Quartseiten füllt, ansieht, der fragt sich natürlich, wie ein Mensch so etwas leisten kann.[1]) Da muss zunächst die geniale Leichtigkeit angestaunt werden, mit der Euler gearbeitet hat. Aber damit verbindet sich ein gewaltiger Fleiss, der immer mit dem wahren Genie verbunden ist. Dann hat freilich Euler in den letzten Jahren eine Anzahl Schüler gehabt, denen er die Einzelheiten der Ausführung überlassen konnte, nachdem er, wie wir noch hören werden, erblindet, an einem grossen Tische entlang tastend, die Grundzüge der Rechnung hingeworfen hatte. Schliesslich müssen wir bedenken, dass Euler an der Akademie in Berlin eine Stelle hatte ohne eigentliche Verpflichtung zu lehren. Eine Universität gab es in Berlin noch nicht. Vorträge hat er zwar in Berlin gehalten; seine Lehrtätigkeit beschränkte sich aber wohl hauptsächlich auf die Prinzen und Prinzessinnen des Markgrafen von Brandenburg. Aus dieser Tätigkeit heraus sind die Briefe Eulers an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände Physik und Philosophie entstanden. Diese Briefe, 234 an der Zahl, datieren vom April 1760 bis Mai 1762. Ursprünglich französisch veröffentlicht, dann auch in deutscher Übersetzung erschienen[2]), bilden sie heute noch eine überall fesselnde populäre Darstellung, wenn auch manches etwas veraltet ist. Die von Euler hier ausgeführte Popularisierung wissenschaftlicher Dinge ist später lange Zeit hindurch von vielen Gelehrten recht geringschätzig angesehen worden. Erst in der letzten Zeit hat man bei uns in Deutschland angefangen, die Zweige der einzelnen Wissen-

[1]) Ein neueres genaues Verzeichnis hat der Direktor der Vatikanischen Sternwarte in Rom Herr G. Hagen S. J. veröffentlicht unter dem Titel: Index operum Leonhardi Euleri, Berolini, F. Dames 1896. Es ist nach den Gebieten geordnet und zählt 796 einzelne Schriften auf. Herr Hagen hat mir dieses Verzeichnis, das die Breslauer Universitätsbibliothek nicht besitzt, zur Einsicht geschickt, wofür ich ihm zu Dank verpflichtet bin.

[2]) Die angeführten Briefstellen sind der 2. Auflage entnommen. Leipzig, Friedr. Junius, 1773.

schaften in populärer Gestalt durch berufene Fachgelehrte darstellen zu lassen; inzwischen haben häufig die von Halbgebildeten dargebotenen naturwissenschaftlichen Belehrungen recht heillose Verwirrung angerichtet, namentlich in biologischen Wissenschaften. Ich kann es im Zusammenhang damit nicht unterlassen, auf eine Stelle in Eulers Briefen besonders hinzuweisen, die uns die Stellung des grossen Mathematikers zu moralisch-religiösen Fragen zeigt. Euler war ein entschiedener Gegner jener von Frankreich her eingebürgerten sogenannten Freigeisterei, die in einem oberflächlichen sinnlosen Materialismus Gefallen fand. Und wie er schon in einer besonderen Schrift dagegen aufgetreten war, so sehen wir ihn auch in einem Briefe seinen Gegensatz klar betonen. Er kommt im 18. Briefe auf Newton zu sprechen, dessen Verdienste er natürlich sehr hoch stellt, ohne ihm Unfehlbarkeit zuzutrauen. Da heisst es nun:

> Newton ist ohnstreitig einer der grössten Geister gewesen, die jemals gelebt haben, und seine tiefe Einsicht und der Scharfsinn, mit dem er in die verborgensten Geheimnisse der Natur eingedrungen ist, wird immer für uns und die Nachwelt der grösste Gegenstand der Bewunderung bleiben. Aber die Verirrungen dieses Mannes müssen dazu dienen, uns zu demütigen, und die Schwäche des menschlichen Verstandes kennen zu lernen, der, wenn er sich auf die höchste Stufe erhoben hat, welche Menschen erreichen können, dem ohnerachtet oft in Gefahr ist, in die gröbsten Irrtümer zu geraten. Wenn wir in unsern Untersuchungen über die Erscheinungen dieser sichtbaren Welt so leicht und auf eine solch handgreifliche Art fehlen können, wie unglücklich wären wir nicht, wenn uns Gott in Ansehung der unsichtbaren Dinge, die unser ewiges Heil betreffen, uns selbst überlassen hätte! Über diesen wichtigen Punkt ist uns eine Offenbarung schlechterdings notwendig gewesen, wir müssen also mit der grössten Ehrerbietung davon Gebrauch machen; und wenn sie uns Sachen vorstellt, die unbegreiflich erscheinen, so dürfen wir uns nur an die Schwäche unserer Vernunft erinnern, die sich so leicht in sichtbaren Dingen irrt. So oft ich einige von den starken Geistern sehe, die über die Wahrheit unserer Religion richten, und sogar mit der unverschämtesten Dreistigkeit über sie spotten, so denke ich: elende Menschen! Wie weit sind nicht die Sachen, über die ihr so leichtsinnig den Ausspruch tut, erhabener als die, bei denen der grosse Newton sich so gröblich irrte! Ich wünschte, dass Ew. H. niemals diese Betrachtung vergässen, die Gelegenheiten kommen hier nur gar zu oft vor, wo man sie nötig hat.

Aber auch viele andere Briefe sind sehr interessant. Ich möchte hier noch eine Stelle aus dem 145. Briefe nennen, wo von

der Elektrizität und dem Blitz die Rede ist und wo Euler die Frage stellt, ob es möglich ist, der Blitzgefahr zu begegnen. Es heisst da:

> Die Kenntnis von der Natur und den Wirkungen der Elektrizität lässt mich an der Möglichkeit der Sache nicht zweifeln. Ich stand ehemals mit einem mährischen Geistlichen, namens Procopius Divisch, in einem Briefwechsel, und dieser versicherte mir, dass er einen ganzen Sommer hindurch alle Gewitter von dem Orte, wo er wohnte und den umliegenden Gegenden vermittelst einer gewissen nach den Grundsätzen der Elektrizität eingerichteten Maschine abgehalten hätte. Einige Personen aus dieser Gegend haben mir nachher versichert, dass die Sache sehr wahr und gewiss wäre.

Am Schlusse dieses Briefes kommt er auf eine Lichterscheinung zu sprechen, die auf See an den Masten beobachtet wird; die Matrosen halten sich bei ihrem Erscheinen von allen Donnerschlägen gesichert, und Euler schreibt darüber:

> So bemerken auch oft die Seeleute auf den Spitzen der Mastbäume Lichter, die bei ihnen unter den Namen Castor und Pollux bekannt sind, und wenn sie dergleichen erblicken, so halten sie sich vor allen Donnerschlägen gesichert.
>
> Die meisten Philosophen haben diese Erscheinung mit zum Aberglauben des Pöbels gerechnet, aber wir erkennen jetzt, dass diese Meinungen des Pöbels nicht ohne Grund, sondern vielmehr unendlich besser gegründet sind, als die meisten Träumereien der Philosophen.

Euler ist ein Anhänger der Naturwissenschaften und hat als solcher philosophische Interessen; aber er ist ein Gegner der Wortphilosophen, die nur mit Worten streiten. Eine interessante Stelle findet sich im 125. Briefe, wo es heisst:

> Es war eine Zeit, wo die Streitigkeiten über die Monaden so lebhaft und so allgemein waren, dass sie sich aus den Schulen bis in die Frauenzimmergesellschaften verbreiteten. Am Hofe war beinahe keine Dame, die sich nicht für oder wider die Monaden erklärt hätte. Kurz, das Gespräch von den Monaden war allgemein und man mochte kommen, wohin man wollte, so hörte man davon.

Diesen müssigen philosophischen Streitereien setzt er die klare Geometrie gegenüber. Dadurch aber geniessen die Eulerschen Briefe an eine Prinzessin geradezu aktuelles Interesse. Die Briefe beginnen mit den Worten: „Da die Hoffnung, meine Unterweisungen in der Geometrie bei Ew. Hoheit fortsetzen zu können, von neuem weiter hinaus gesetzt zu sein scheint (ein in der Tat für mich sehr empfindlicher Aufschub), so wünschte ich, so gut als es die Natur

der Sache es erlaubt, diesen Mangel schriftlich zu ersetzen." Wie weit Euler in seinem Unterricht gegangen ist, weiss ich nicht. Das ist aber jedenfalls sicher, dass das, was er seiner Prinzessin in der Mathematik beigebracht hat, wirkliche vernünftige mathematische Gedanken waren. Da möchte ich den Wunsch aussprechen, dass Eulers Gedächtnisjahr, das, wie es scheint, unseren höheren Mädchenschulen eine Reform bringen soll, auch den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Mädchen in die richtigen Bahnen leitet. Das, was bisher als sogenannte Geometrie im Lehrplan des Lehrerinnen-Seminars sich findet, muss vom Standpunkt des Mathematikers verurteilt werden. Es liegt nur daran, dass die Mathematiker um diesen wichtigen Punkt sich bis jetzt nicht gekümmert haben und das Aufstellen der Lehrpläne nicht genügend Sachverständigen überlassen haben. Jetzt hat ja auch die Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte die höheren Töchterschulen mit in den Bereich ihrer Betrachtungen gezogen. In den vor kurzer Zeit erschienenen Verhandlungen finden Sie sehr beachtenswerte Ausführungen über den Mathematikunterricht der höheren Töchterschulen.[1]) Ich will hier auf diese nicht eingehen. Nur einen Punkt möchte ich erwähnen: wenn im Lehrplan der Seminarklasse A in der Raumlehre die Kubikzahlen und die Kubikwurzeln angegeben sind, so erscheint mir das als etwas, was am schleunigsten beseitigt werden muss. Ich selbst kann mich kaum erinnern, je nach dem im Seminar gelehrten umständlichen Verfahren eine Kubikwurzel ausgezogen zu haben. In den höheren Knabenschulen ist dieses Verfahren fast überall verschwunden, und ich kann nur die jungen Damen bedauern, die sich den Algorithmus anquälen müssen und dadurch ein ganz falsches Bild mathematischen Denkens bekommen. Möge Eulerscher Geist auch in die höheren Töchterschulen einziehen. Möchte dort vor allen Dingen das funktionale Denken, das immer mehr den mathematischen Unterricht unserer Gymnasien beherrscht, in der nötigen Beschränkung wenigstens den künftigen mathematischen Unterricht beleben. Ich bin der festen Überzeugung, dass dies sehr wohl möglich ist.

Diese Briefe an eine Prinzessin haben uns mitten in die Gegenwart geführt; aber noch einmal müssen Sie mir gestatten,

---

[1]) Gutzmer, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht an den höheren Mädchenschulen. — Verhandlungen der 78. Naturforscher-Versammlung. Leipzig, Vogel, 1907. S. 72 ff.

in das 18. Jahrhundert zurück zu kehren. Als die Eulerschen Briefe im Druck erschienen, war Euler nicht mehr in Berlin. 25 Jahre lang hatte er dort gewirkt. Da erhielt er unter glänzenden Bedingungen einen Ruf nach Petersburg von Katharina II. Die Beziehungen zu Petersburg hatte er nie unterbrochen; waren doch alljährlich in den Veröffentlichungen der Petersburger Akademie Arbeiten von ihm erschienen. Dazu kamen nun gewisse Unstimmigkeiten in Berlin; er hatte vom König ein sehr ungnädiges Schreiben wegen einer Verwaltungsangelegenheit in der Akademie erhalten. Euler war durch dieses Schreiben sehr aufgebracht, und der Aufenthalt war ihm verleidet. Freilich scheint es, als habe Euler nicht ganz korrekt gehandelt.[1]) Aber leicht kam er von Berlin doch nicht fort. Der König überlegte lange, ob er nicht einige der dreizehn Eulerschen Kinder und zwar die in Preussen geborenen zurückhalten könne. Aber die Rücksicht auf Katharina II. hielt ihn davon ab. Eulers ältester Sohn jedoch, der Leutnant war, bekam seinen Abschied erst ein Jahr, nachdem die Eltern Berlin verlassen hatten. Euler reiste über Warschau, wohin er von dem König Stanislaus eingeladen war, und wurde von ihm zehn Tage lang aufs liebenswürdigste gefeiert. In Petersburg, wo er im Juni 1766 ankam, fand er den besten Empfang. Die Kaiserin schenkte ihm eine bedeutende Summe zum Bau eines Hauses. Kaum war das Haus fertig, so erkrankte Euler sehr schwer; er genas zwar, wurde aber blind. Ein Auge hatte er schon vor Jahren verloren. Aber Eulers körperliche Blindheit hatte für ihn keine geistige Blindheit zur Folge. Wohl um seine mathematischen Fähigkeiten auf die Probe zu stellen, diktierte er, wie wir aus einem Briefe seines Sohnes erfahren,[2]) einem Schneidergesellen, den er aus Deutschland mitgebracht hatte, eine Anleitung zur Algebra, die das populärste Buch von Euler geworden ist. Es ist in viele Kultursprachen übersetzt, nnd sogar Reclam hat es in seine Sammlung aufgenommen. Eulers Nachfolger in Berlin Lagrange hat es mit wertvollen Anmerkungen versehen.[3]) Wie methodisch geschickt das

---

[1]) Vergl. A. Harnack, Geschichte der Königl. preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Berlin 1900, 1. Band, 1. Hälfte, S. 364 f.

[2]) J. A. Euler an Kästner 1. IX. 1769. vergl. Ahrens, Scherz und Ernst in der Mathematik. S. 295.

[3]) Deutsche Ausgabe dieser Zusätze herausgegeben von H. Weber, Ostwalts Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 203.

Buch verfasst ist, geht daraus hervor, dass der Schreiber zu einem Verständnis der Algebra gekommen ist. Nun da Euler gesehen hatte, dass der Verlust der Sehkraft mathematisch ihn nicht schädigte, stürzte er sich sofort wieder auf höhere Probleme und entwickelte auch fernerhin eine ganz erstaunliche Produktivität. Einem russischen Fürsten hatte er versprochen, dass noch 20 Jahre nach seinem Tode die Akademie Abhandlungen bringen sollte. Sein Nachlass hat 40 Jahre ausgereicht, und dann fand man auf einmal nach 60 Jahren weitere unveröffentlichte Schriften, die ein Urenkel herausgegeben hat. Eine gesamte Ausgabe der Eulerschen Schriften existiert noch nicht. Herr Professor Hagen S. J. in Rom plant sie seit Jahren, aber sie ist wegen der Kosten mit grossen Schwierigkeiten verbunden,[1] abgesehen davon, dass ein Einzelner das nicht kann beurteilen, was ein Einzelner, Euler, geleistet hat. Die Arbeitsgebiete sind heute zu getrennt, selbst auch in der Mathematik allein.

Ich kann hier natürlich nicht auf alle die Fragen eingehen, mit denen Euler sich zuletzt beschäftigt hat. Nur eine Einzelheit möchte ich heraus greifen: die sehr grossen Primzahlen, mit denen auch der blinde Euler sich noch abgab im Anschluss an eine Arbeit aus früherer Zeit. Wir haben im Anfang von Primzahlen gehört und den Fragen, die sie uns aufdrängen. Fermat hatte behauptet, dass alle Zahlen von der Form $2^{2^n} + 1$ Primzahlen seien, einen Beweis hatte er für seine Behauptung nicht geliefert. Der Satz ist richtig, für $n = 0, 1, 2, 3, 4$. Euler zeigte, das er für $n = 5$ nicht mehr gilt, die Zahl $2^{32} + 1 = 4294967297$ ist durch 641 teil-

[1] Vergl. Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung V. 1897, S. 82 f. Wie mir Herr Hagen in einem Schreiben vom 18. April 1907 mitteilt, fehlt es nur noch am Gelde. Der Plan, das Carnegie-Institut dafür zu gewinnen, ist gescheitert. Herr Hagen hofft aber, dass wenigstens die nicht in Buchform erschienenen Artikel Eulers bald veröffentlicht werden können, was in der Tat sehr zu begrüssen wäre. Ausser den schon oben genannten Arbeiten zur Trigonometrie sind in Ostwalts Klassikern erschienen: in Nr. 46 Die Abhandlung über die Variationsrechnung, herausgegeben von P. Stäckel; in Nr. 93 Drei Abhandlungen zur Kartenprojektion. Der Herausgeber A. Wangerin bemerkt (S. 66), dass diese Eulerschen Abhandlungen nicht so bekannt seien, wie sie es verdienen. In der Tat sogar Tchebycheff erwähnt in einem Vortrag über Kartenprojektion mit besonderer Berücksichtigung der russischen Karte bei einer Festsitzung der Petersburger Universität Euler nicht, obwohl Eulers dritte Abhandlung gerade die Karte Russlands betrifft. vergl. Tchebycheff, Oeuvres, T. I, St.-Pétersbourg. 1899, S. 237.

bar.[1]) Die hier vorkommenden Zahlen haben ein tiefer gehendes Interesse, denn auf sie kam Ende des 18. Jahrhunderts ein junger Mathematiker bei sehr tiefen Spekulationen über die so einfach auszusprechende Aufgabe, einen Kreis in gleiche Teile zu teilen, Der junge Mathematiker war Karl Friedrich Gauss, den diese Entdeckung veranlasste, sich ganz der Mathematik zu widmen, und so wurde er der führende Mathematiker des 19. Jahrhunderts.

Die Kinderjahre von Gauss, die Zeit, da er, ehe er in die Schule kam, durch seine Rechenfertigkeit sich auszeichnete und Aufsehen erregte, sind das Greisenalter Eulers. Ein glückliches Alter war Euler beschieden, geachtet von allen Seiten, im Kreise seiner zahlreichen Familie und stolz auf seine 38 Enkel, mit denen der alte Mann sich gerne abgab und ihnen Mathematik beibrachte. „Ich kenne nichts, kein anziehenderes Schauspiel, sagt Fuss, als das, was ich so oft genossen habe, diesen verehrungswürdigen Greis im Schosse seiner zahlreichen Familie zu sehen, von denen jedes einzelne bemüht ist, ihm das Alter so angenehm wie möglich zu machen.“ Anfang 1783 traten bei Euler einige Schwindelanfälle auf, die ihn aber am Arbeiten nicht hinderten. Die Welt wurde damals durch die Erfindung des Luftballons erregt, und sofort beschäftigte sich Euler theoretisch mit der Frage, und es gelang ihm eine hierauf bezügliche schwere Integration. Am 18. September sprach er bei Tisch mit Lebendigkeit von dem neu entdeckten Planeten Uranus; nach Tisch wollte er mit seinem Enkel spielen. Da traf ihn ein Schlag; „Ich sterbe“, das waren seine letzten Worte. Im Alter von 76 Jahren 5 Monaten hat Euler, wie ein Franzose[2]) sagt, aufgehört zu leben und zu rechnen.

Meine Damen und Herren! Nur unvollkommen ist das Bild, das ich Ihnen von Eulers Tätigkeit entwerfen konnte; viele wissenschaftlichen Arbeiten musste ich übergehen.[3]) Ich habe mich

---

[1]) Petr. Comment. 6, 1732—33, S. 103. vergl. Bachmann, nied. Zahlentheorie, Encyclopädie der math. Wissenschaften, I, 2, S. 577.

[2]) Condorcet, Eloge de M. Euler. Oeuvres t. 3, 1847, pag. 26, angeführt nach Ahrens, Scherz und Ernst in der Mathematik, S. 294.

[3]) So bin ich z. B., um den Vortrag nicht über eine Stunde auszudehnen, auf den Eulerschen Polyedersatz (Nov. Comment. Petrop. IV. 1758) nicht eingegangen, erwähne ihn aber hier, weil ein Zuhörer in Erinnerung an seine Schulzeit danach fragte. Über diesen Satz vergl. z. B. Simon, Entwicklung der Elementargeometrie, S. 218.

bemüht, so allgemein verständlich wie möglich zu sein; aber wenn es mir doch nicht überall gelungen, das eine, meine Damen und Herren, werden Sie doch heraus gehört haben, dass wir recht daran tun, Eulers Gedächtnis zu feiern, dass es die Dankbarkeit verlangt, die wir einem solchen Manne schulden, der so Grosses für alle Zukunft geleistet hat.

Nachwort.

Während des Druckes dieses Vortrages ist in der Unterhaltungsbeilage der Berliner Täglichen Rundschau Sonnabend den 13. April 1907 ein Aufsatz zum 200. Geburtstag Leonhard Eulers von Dr. G. B. erschienen. Es ist sehr erfreulich, dass eine Tageszeitung das Gedächtnis Eulers durch eine ersichtlich berufene Feder feiert. Ich möchte aber betonen, dass die Bemerkung des Verfassers „auf der Schule werde nichts von der Geschichte der Rechenkunst getrieben, auch werde nur auf das mechanische Rechnen und nicht auf das Verständnis der Operationen hingearbeitet“ in dieser Allgemeinheit nicht richtig ist. Zum Beweis erlaube ich mir auf meine bei der Wohltäterfeier des Görlitzer Gymnasiums 1904 gehaltene Rede „über die Wohltat und das Werden der Zahl“ hinzuweisen. (Beilage zum Jahresbericht des Gymnasiums zu Görlitz 1905, Nr. 226.) Die starke Nachfrage nach der jetzt vergriffenen Programmarbeit lässt wohl darauf schliessen, dass man auch anderwärts vielfach das geschichtliche Element im arithmetischen Unterricht betont. **W. L.**

In Kommission der Buchhandlung von H. Tzschaschel in Görlitz sind erschienen:

Abhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Cörlitz

24. Band mit einer Karte. 1904. 2 M.

Inhalts-Verzeichnis.

B. Liebscher. Das Oberlausitzer Tiefland.

W. Baer. Zur Apidenfauna der preussischen Oberlausitz.

W. Baer. Zur Orthopterenfauna der preussischen Oberlausitz.

D. Schultz. Über einige in Schlesien gefangene interessante Lepidopteren-Abberationen aus den Gattungen Apatura F. und Limenitis F.

O. Schultz. Einige nordische Tagfalter-Formen.

W. Lorey. Zur Erinnerung an Kant. Vortrag.

Gesellschaftsnachrichten.

Abhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Görlitz

25. Band. Heft 1. 1906. 1 M.

Den Teilnehmern der 37. Allgemeinen Versammlung der Deutschen Anthropologischen Gesellschaft gewidmet.

Inhalts-Verzeichnis.

Dr. W. Freise. Nachrichten über die Naturforschende Gesellschaft in Görlitz.

E. Barber. Floristische Skizze der Oberlausitz.

Dr. P. Drawe. Ein Beitrag zur Beurteilung des Wassers.

Dr. Ed. Hess. Über Idiosynkrasie.

P. Homuth. Biologie und exakte Naturwissenschaft.

Dr. W. Lorey. Zur Theorie der Mittelwerte.

H. Mader. Über die Bahn des Planeten (318) Magdalena.

Ferner ist im gleichen Kommissionsverlage erschienen:

W. Lorey. Zum Gedächtnis an Professor Dr. Adolf Putzler. Nekrolog, vorgetragen in der Hauptversammlung der Naturforschenden Gesellschaft zu Görlitz am 23. März 1906. - 0,25 M.

(Der Reinertrag ist zu einem Bilde Putzlers für den Sitzungssaal bestimmt.)